



AMMATIKKA^{top} 7.11.2024



Toisen asteen ammatillisen koulutuksen kaikkien alojen yhteinen

MATEMATIIKKAKILPAILU

Matematiktävling Mathematics Contest

Malliratkaisut ja pisteytysohjeet

Tehtävissä 1, 2a, 5 ja 7 riittää pelkkä oikea vastaus.

Muissa tehtävissä välivaiheet oikein merkittynä 2-5 p, oikea vastaus 1 p.

Pyöristä vastaukset lähtöarvojen mukaiselle numerotarkkuudelle.

I uppgifterna 1, 2a, 5 och 7 räcker det med rätt svar.

I uppgifterna 2-10, ger mellansteg korrekt utskrivna 2-5 poäng, rätt svar 1 p.

Avrunda svaren korrekt avrundade enligt utgångsvärdena.

In questions 1, 2a, 5 and 7 write down only the correct answer.

In all the other questions, intermediate calculations correctly marked are worth 2 - 5 points, correct answer 1 point.

Round the answers to the correct precision according to the values given in the questions.

Kilpailun rahoittajat

Tävlingens sponsorer

Supporters of the contest



JHL JULKISTEN JA
HYVINVOINTIALOJEN LIITTO

1. Täydennä oikeiden vaihtoehtojen numerot alempaan taulukkoon.

Fyll i det rätta alternativets kolumnnummer i den nedersta tabellraden.

Fill the column number of the correct choice below the table.

		1	2	3	4
A	200 m =	0,002 km	0,2 km	2 km	20 000 dm
B	70 W =	0,07 pW	0,007 mW	0,0007 kW	0,000 07 MW
C	54 km/h =	5 m/s	10 m/s	15 m/s	20 m/s
D	0,8 h =	24 min	48 min	60 min	80 min
E	28 µg =	28 000 kg	0,28 g	2800 mg	0,028 mg
F	2 cl =	20 ml	0,2 cm ³	0,2 dm ³	2 cm ³

A 2 B 4 C 3 D 2 E 4 F 1

/ 6 p

Jokaisesta oikeasta vastauksesta 1 p

2. a Merkitse luvut pienimmästä suurimpaan.

Skriv ut nedanstående tal i storleksordning, från det lägsta talet till det största.

Rearrange these numbers from the smallest to the largest.

$$\frac{-2}{3} < -10\% < \frac{2}{7} < \frac{1}{3} < \frac{9}{5} < 2,1$$

$-\frac{2}{3}$ on pienin 0,5 p

- 10 % on suurempi kuin $-\frac{2}{3}$ vaikka välissä olisi muita lukuja 0,5 p

$\frac{2}{7}$ on suurempi kuin - 10 % vaikka välissä olisi muita lukuja 0,5 p

$\frac{1}{3}$ on suurempi kuin $\frac{2}{7}$ vaikka välissä olisi muita lukuja 0,5 p

$\frac{9}{5}$ on suurempi kuin $\frac{2}{7}$ vaikka välissä olisi muita lukuja 0,5 p

2,1 on suurempi kuin $\frac{9}{5}$ vaikka välissä olisi muita lukuja 0,5 p

/ 3 p

2. b 31.8.2024 tuotteen verollinen hinta oli 275 €. Arvonlisävero kohosi 1,5 %-yksikköä 24 %:sta 25,5 %:een. Mikä on tuotteen verollinen hinta 1.9.2024 alkaen?

Den 31.8.2024 var priset inklusive moms på en produkt 275 €. Momsen höjdes den 1.9.2024 med 1,5 % - enheter från 24 % till 25,5%. Vilket var det nya priset på produkten efter den 1.9.2024?

On 31.8.2024, the price including value-added tax (VAT) of a product was 275 €. The VAT was increased 1,5 percentage points from 24% to 25,5%. What was the new price of the product after the tax increase on 1.9.2024?

$$275 \text{ €} \cdot 1,255 \div 1,24 = 278,3266... \text{ €} \approx 278,33 \text{ €}$$

275 jaetaan 1,24:llä (1 p), veroton hinta kerrotaan 1,255:llä (1 p),

vastaus pyöristetty oikein ja oikealle tarkkuudelle (1 p)

/ 3 p

3. a Potilaalle on määrätty lääke, jonka annostusohje on 20 mg/kg vuorokaudessa jaettuna kahteen annokseen. Lääkkeen vahvuus on 50 mg/tbl. Potilaan paino on 12,5 kg. Kuinka monta tablettia annat potilaalle kerralla?

En patient är ordinerad ett läkemedel med doseringsföreskriften 20 mg/kg kroppsvikt och dygn fördelat på två doser. Styrkan på läkemedlet är 50 mg/tablett. Hur många tabletter skall en patient som väger 12,5 kg få per gång?

A patient is prescribed a drug with a dosage prescription of 20 mg/kg per day divided into two doses. The strength of the medicine is 50 mg/tablet. How many tablets should a patient who weighs 12,5 kg receive at once?

Potilas tarvitsee vuorokaudessa $20 \text{ mg/kg} \times 12,5 \text{ kg} = 250 \text{ mg}$ (1 p)

Kerta-annos $250 \text{ mg} \div 2 = 125 \text{ mg}$ (1 p)

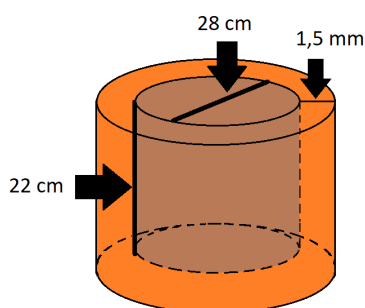
Tablettien määrä $125 \text{ mg} \div 50 \text{ mg/tbl} = 2,5 \text{ tbl}$ (1 p), hyväksytään myös $2\frac{1}{2} \text{ tbl}$

/ 3 p

3. b Kuinka suuri massa on kuparilevystä tehdyllä lieriön muotoisella kattilalla? (Katso kuva!) Sisähalkaisija on 28 cm ja sisäkorkeus 22 cm. Seinämän paksuus on 1,5 mm ja pohjan paksuus on 2,0 mm. Kattilan kantta ja kahvoja ei tarvitse huomioida. Kuparin tiheys on $8,9 \text{ kg/dm}^3$.

Hur stor massa har en cylinderformad kastrull som är gjord av kopparplåt? (Se bilden!) Kastrullens inre diameter är 28 cm och den inre höjden är 22 cm. Tjockleken på väggen är 1,5 mm och bottenets tjocklek är 2,0 mm. Kastrullens lock och handtag räknas inte med. Koppars densitet är $8,9 \text{ kg/dm}^3$.

What is the mass of a cylindrical pan made of copper sheet? (See picture!) The inner diameter of the pan is 28 cm and the inner height is 22 cm. The thickness of the wall is 1,5 mm and the thickness of the bottom is 2,0 mm. The lid and handle of the pan are not included. The density of copper is $8,9 \text{ kg/dm}^3$.



$$V_1 = \pi \cdot ((14,15 \text{ cm})^2 - (14 \text{ cm})^2) \cdot 22 \text{ cm}$$

$$V_1 = 291,838... \text{ cm}^3 \text{ (1 p)}$$

$$V_2 = \pi \cdot (14,15 \text{ cm})^2 \cdot 0,20 \text{ cm} = 125,803... \text{ cm}^3$$

$$V = V_1 + V_2 = 417,64... \text{ cm}^3 = 0,41764... \text{ dm}^3 \text{ (1 p)}$$

$$m = \rho \cdot V = 8,9 \text{ kg/dm}^3 \cdot 0,4176... \text{ dm}^3 = 3,71... \text{ kg} \approx 3,7 \text{ kg} \text{ (1 p)}$$

/ 3

4. Ratkaise x . Lös x . Solve for x .

$$\text{a) } \sqrt{\frac{a}{x+b}} = ab, x + b \neq 0 \text{ (0,5 p)}$$

$$\frac{a}{x+b} = a^2 b^2 \text{ (0,5 p)}$$

$$\frac{1}{x+b} = ab^2$$

$$1 = ab^2 x + ab^3 \text{ (0,5 p)}$$

$$1 - ab^3 = ab^2 x \text{ (0,5 p)}$$

$$x = \frac{1}{ab^2} - \frac{ab^3}{ab^2} \text{ (0,5 p)}$$

$$x = \frac{1}{ab^2} - b \text{ (0,5 p)}$$

/ 3 p

$$\text{b) } \frac{4}{\frac{1}{2x} + 2} + 2 = 5$$

$$\frac{4}{\frac{1}{2x} + \frac{4x}{2x}} = 3 \text{ (0,5 p)}$$

$$\frac{4}{\frac{1+4x}{2x}} = 3 \text{ (0,5 p)}$$

$$\frac{4 \cdot 2x}{1+4x} = 3 \text{ (0,5 p)}$$

$$8x = 3 + 12x \text{ (0,5 p)}$$

$$-4x = 3 \text{ (0,5 p)}$$

$$x = -\frac{3}{4} \text{ (0,5 p)}$$

/ 3 p

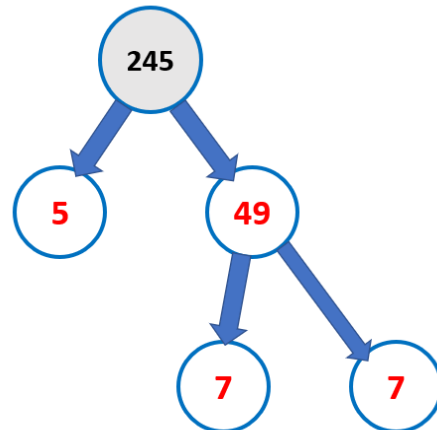
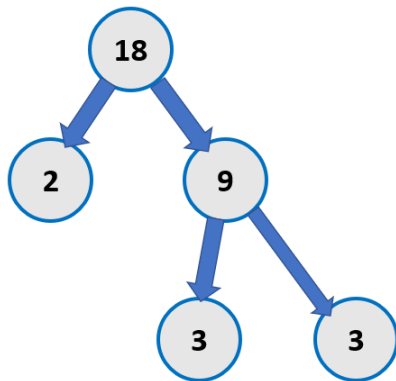
5. Jaa luvut 245, 144 ja 429 alkutekijöihin mallin mukaisesti.

Dela talen 245, 144 och 429 i primtal enligt modellen.

Divide the numbers 245, 144 and 429 into prime factors according to the model.

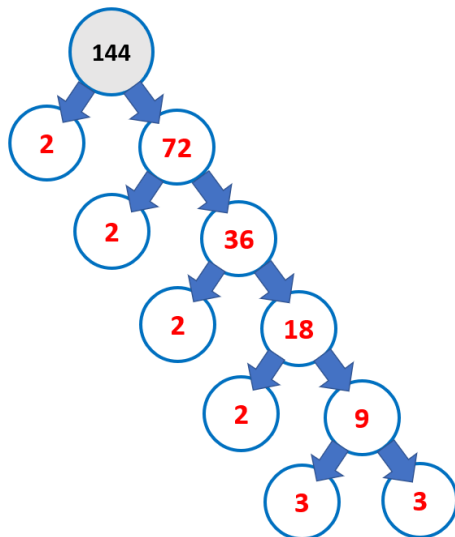
malli / modell / model

245

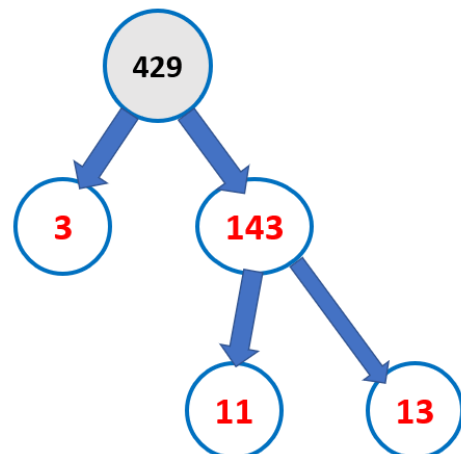


/ 2 p

144



429



Jokaisessa kohdassa täysin oikea ratkaisu 2 p, osittain oikea ratkaisu 1 p.

Olennaista on löytää oikeat alkuluvut niihin kohtiin, joissa kaavio päättyy. Kaavio voi haarautua myös eri tavalla, kunhan lopullisessa vastauksessa näkyy alkuluvut 3, 11 ja 13.

/ 2 p

/ 2 p

6. a Ali, Bea ja Cecilia jakavat pizzan kolmeen osaan. A, B ja C ovat kokonaislukuja. Alin pala on suurin ja Cecilian pala on pienin. Kuinka monta prosenttia kukin syö pizzasta?

Ali, Bea och Cecilia delar en pizza i tre delar. A, B och C är heltal. Alis bit är störst och Cecilias är minst. Hur många procent av pizzan får var och en?

Ali, Bea and Cecilia divide a pizza into three portions. A, B and C are integers. Ali's portion is the largest and Cecilia's is the smallest. What percentage of the pizza does each person get?

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} = 1 \text{ pizza}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1 \text{ (1 p)}$$

$$\frac{1}{2} = 50 \%, \frac{1}{3} = 33,3 \%, \frac{1}{6} = 16,7 \% \text{ (1 p)}$$

Ali 50 %, Bea 33,3 %, Cecilia 16,7 %, oikea suuruusjärjestys (1 p)

/ 3 p

6. b Kahden luvun erotus on 27 ja niiden suhde 2 : 5. Mitkä ovat luvut?

Skillnaden mellan två tal är 27 och förhållandet mellan dem är 2 : 5. Vilka är talen?

The difference of two numbers is 27 and their ratio is 2 : 5. What are the numbers?

$$x - y = 27$$

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{5} \quad \text{yhtälöt kirjoitettu (1 p)}$$

Laskutoimitukset, joilla ratkaistaan yhtälöpari (1 p), esimerkiksi $x = \frac{2y}{5}$

$$\frac{2y}{5} - y = 27$$

$$2y - 5y = 135$$

$$- 3y = 135$$

$$y = -135 \div 3 = -45$$

$$x - (-45) = 27$$

$$x + 45 = 27$$

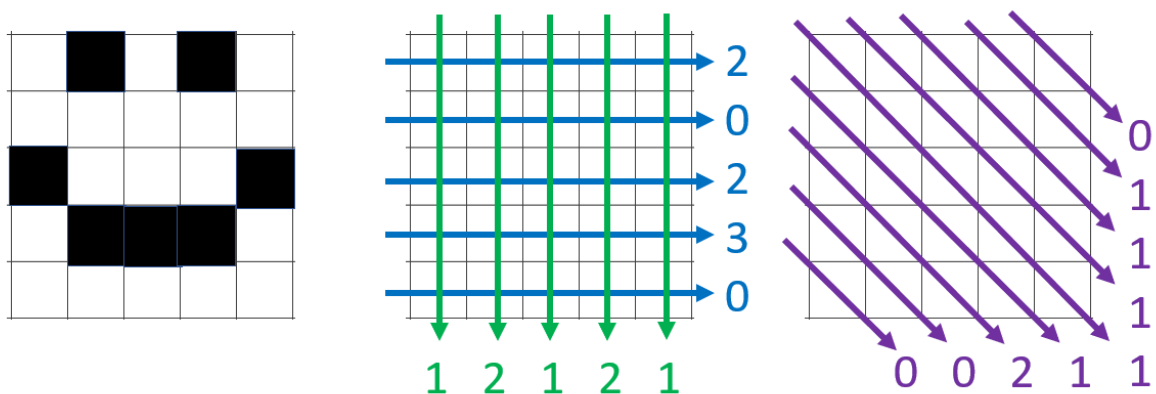
$$x = -18$$

Oikeat vastaukset (0,5 p + 0,5 p)

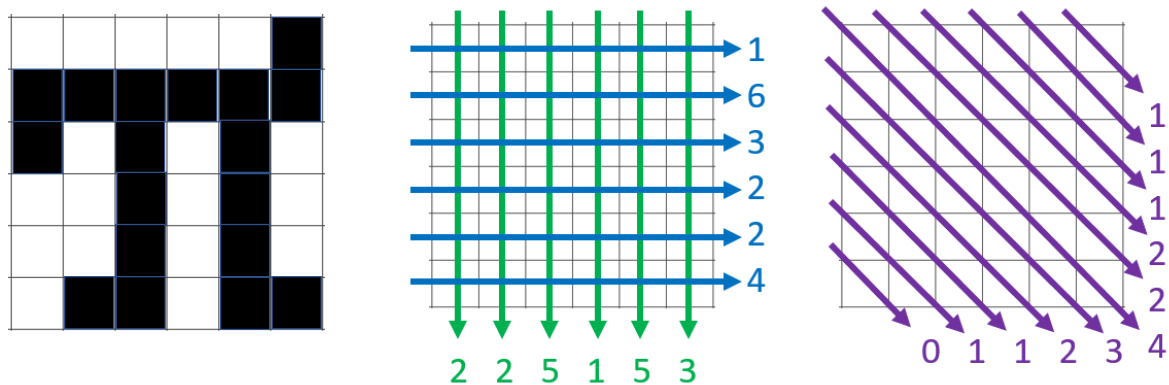
/ 3p

7. Värityä ruudut mallin mukaisesti. Färglägg rutorna enligt modellen.
 Colour the squares according to the model.

malli / modell / model



tehtävä / uppgiften / task



Jokainen oikein väritetty vaakarivi 0,5 p
 ja jokainen oikein väritetty pystyrivi 0,5 p

/ 6 p

8. a Kesämökillä on akku, jota ladataan aurinkokennoilla. Jos käytetään vain aurinkokennoa A, akun latautuminen tyhjästä täyteen kestää 6 tuntia. Jos käytetään vain aurinkokennoa B, akun latautuminen kestää 7,5 tuntia. Kuinka kauan akun latautuminen kestää, jos molemmat aurinkokennot A ja B lataavat sitä?

På en sommarstuga finns en ackumulator som laddas med solpaneler. Ifall man laddar enbart med solpanel A räcker det 6 timmar att ladda ackumulatorn från tom till full. Ifall man laddar enbart med solpanel B räcker det 7,5 timmar att ladda ackumulatorn full. Hur länge räcker det att ladda ackumulatorn om man laddar samtidigt med båda solpanelerna A och B?

A summer cottage has a battery that is charged with solar panels. If only solar panel A is used, it takes 6 hours to charge the battery from empty to full. If only panel B is used, it takes 7,5 hours to charge the battery. How long does it take to charge the battery if both panels A and B are charging it?

$t_A = 6 \text{ h} \rightarrow$ yhdessä tunnissa latautuu $\frac{1}{6}$ akun varauksesta

$t_B = 7,5 \text{ h} \rightarrow$ yhdessä tunnissa latautuu $\frac{1}{7,5}$ akun varauksesta

Molemmat lataavat $\rightarrow$ yhdessä tunnissa latautuu $\frac{1}{6} + \frac{1}{7,5} = \frac{7,5 + 6}{6 \cdot 7,5} = \frac{13,5}{45}$

Lataaminen täyteen kestää $45 \div 13,5 \text{ h} = 3,333... \text{ h} = 3 \text{ h } 20 \text{ min}$

Laskutoimitukset kääntäen verrannollisuuden avulla 2 p, oikea vastaus väärässä yksikössä 0,5 p, oikea vastaus oikeassa yksikössä 1 p

/ 3 p

8. b Aurinkokennon tuottama teho P on virran I ja jännitteen U tulo, eli $P = UI$.

Aurinkokennon tuottama jännite riippuu sen kautta kulkevasta virrasta kuvan mukaisesti. Arvioi kuvan perusteella,

- I. kuinka suuren tehon aurinkokenno tuottaa, jos virta $I = 1,0 \text{ A}$? (1 p)
- II. mikä on optimaalinen virta ja optimaalinen jännite, jotta aurinkokennosta saadaan mahdollisimman suuri teho? (2 p)

Den effekt P en solpanel ger är produkten av strömstyrkan I och spänningen U , eller $P = UI$. Den spänning en solpanel ger är beroende av strömstyrkan enligt grafen.

Uppskatta med hjälp av grafen

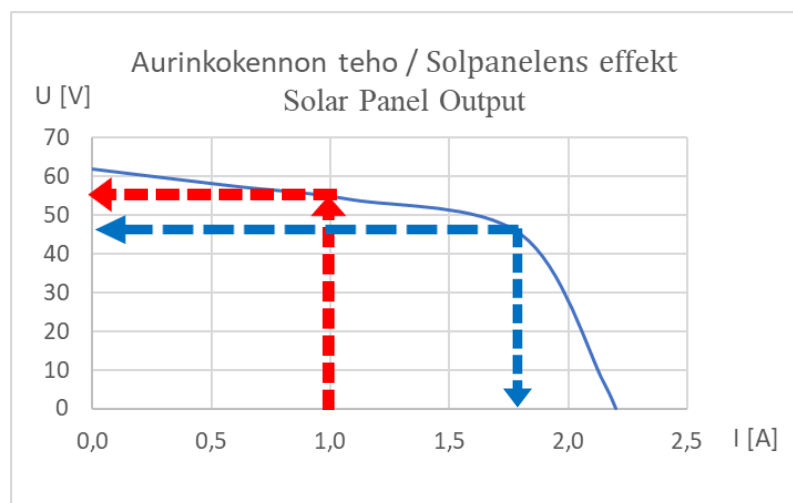
- I. hur stor solpanelens effekt är om strömstyrkan är $1,0 \text{ A}$? (1 p)
- II. vilken är den optimala strömstyrkan och vilken den optimala spänningen då solpanelens effekt är så stor som möjligt? (2 p)

The power output P of a solar panel is the product of the current I and the voltage U , or $P = UI$. The voltage a solar panel provides is dependent on the current according to the graph. Using the graph, estimate

- I. what is the power output of the solar panel if the current is $1,0 \text{ A}$? (1 p)
- II. what is the optimal current and the optimal voltage to get the maximum power output from the solar panel? (2 p)

I. $U = 55 \text{ V}$ (0,5 p)
 $P = U \cdot I$
 $P = 55 \text{ V} \cdot 1,0 \text{ A}$
 $P = 55 \text{ VA} = 55 \text{ W}$
(0,5 p)

II. $U \approx 45 \text{ V}$ (1 p),
hyväksytään $\pm 3 \text{ V}$
 $I \approx 1,8 \text{ A}$ (1 p),
hyväksytään $\pm 0,1 \text{ A}$



9. Ammattiopiston hiusalan tytöt päättivät koota opiskelijaryhmästään lentopallojoukkueen. Valintaperusteena oli vain valita ryhmästä kahdeksan (8) pisintä tyttöä. Ryhmän tyttöjen pituudet olivat 175 cm, 176 cm, 170 cm, 178 cm, 169 cm, 168 cm, 173 cm, 175 cm, 166 cm, 171 cm, 174 cm, 167 cm, 172 cm, 167 cm ja 179 cm.

- Kuinka monta prosenttia joukkueen pituuskeskiarvo on suurempi kuin ryhmän tyttöjen pituuskeskiarvo? (3 p)
- Ryhmään tuli toisesta koulusta tyttö, joka valittiin joukkueeseen yhdeksäntenä pelaajana. Tällöin joukkueen keskipituudeksi tuli 176,67 cm. Kuinka pitkä tyttö saatiin joukkueeseen viimeisenä? (3 p)

Flickorna på frisörslinjen i en yrkesskola beslöt sig för att bilda ett volleyboll-lag. Som riktlinje för att höra till laget beslöt man att välja bara de åtta (8) längsta flickorna från gruppen. Längden på flickorna i gruppen var 175 cm, 176 cm, 170 cm, 178 cm, 169 cm, 168 cm, 173 cm, 175 cm, 166 cm, 171 cm, 174 cm, 167 cm, 172 cm, 167 cm, ja 179 cm.

- Hur många procent större är de utvalda flickornas medellängd än hela gruppens flickors medellängd? (3 p)
- Till volleyboll-laget invaldes ännu en flicka från en annan utbildning som nionde i laget. Efter det var hela lagets medellängd 176,67 cm. Hur lång var den nyinvalda flickan? (3 p)

The hairdresser students decided to form a volleyball team from their student group. The selection criteria was only to choose the eight (8) tallest girls from the group. The heights of the girls in the group were as follows: 175 cm, 176 cm, 170 cm, 178 cm, 169 cm, 168 cm, 173 cm, 175 cm, 166 cm, 171 cm, 174 cm, 167 cm, 172 cm, 167 cm, and 179 cm.

- By how many percent is the average height of the team greater than the average height of the girls of the student group? (3 p)
- A girl from another school joined the team as the ninth player. After that, the average height of the team became 176,67 cm. How tall was the last girl to join the team? (3 p)

a) $\bar{x} = 2580 \text{ cm} \div 15 = 172 \text{ cm}$ (koko ryhmän keskipituus 0,5 p)

$\bar{x}_j = 1402 \text{ cm} \div 8 = 175,25 \text{ cm}$ (joukkueen keskipituus 0,5 p)

ero $175,25 \text{ cm} - 172 \text{ cm} = 3,25 \text{ cm}$

ero prosentteina $3,25 \text{ cm} \div 172 \text{ cm} \times 100 = 1,889... \approx 1,9 \%$

laskukaavassa oikea vertailuarvo 1 p

oikea vastaus oikein pyöristettynä 1 p

b) $(l + 1402) \div 9 = 176,67$ (1 p)

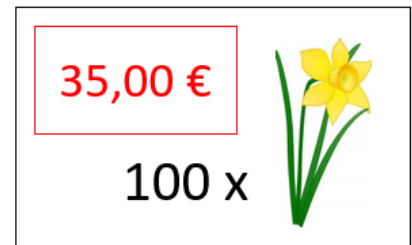
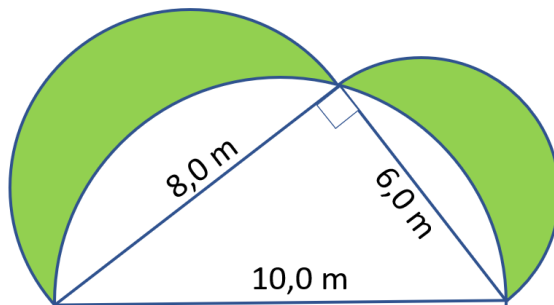
$l = 176,67 \cdot 9 - 1402$ (1 p)

$l = 188,03 \approx 188 \text{ cm}$ (oikea vastaus oikein pyöristettynä 1 p)

10. Kuvassa näkyvä väritetty alue on Hippokrateen puolikuiden muotoinen kukkapenkki. Kukkapenkkiin istutetaan narsisseja. Istutustiheys on 25 kappaletta neliömetrille. 100 kappaleen erä narsisseja maksaa 35,00 €. Laske kukkapenkin pinta-ala, istutettavien narsissien määrä ja niiden ostohinta.

Det färgade området på bilden är en blomsterrabatt formad enligt Hippokrates halvmåneformation. I rabatten skall planteras narcisser. Planteringstätheten är 25 stycken per kvadratmeter och en sats med 100 narcisser kostar 35,00 €. Beräkna rabattens area, hur många narcisser som behövs och hur mycket den mängden kostar.

The coloured area in the picture is a flower bed whose shape is the lune of Hippocrates. Daffodils will be planted in the flowerbed. The planting density is 25 plants per square meter. A batch of 100 daffodils costs 35,00 €. Calculate the area of the flower bed, the number of daffodils to be planted and their purchase price.



$$\begin{aligned} D_1 &= 8,0 \text{ m}, & D_2 &= 6,0 \text{ m}, & D_3 &= 10,0 \text{ m} \\ r_1 &= 4,0 \text{ m}, & r_2 &= 3,0 \text{ m}, & r_3 &= 5,0 \text{ m} \end{aligned}$$

koko kuvion pinta-ala on kaksi puoliympyrää + suorakulmainen kolmio (1 p)

$$A = A_1 + A_2 + A_k = \frac{1}{2}\pi r_1^2 + \frac{1}{2}\pi r_2^2 + \frac{1}{2}ah$$

vähennetään kuviosta valkoisen puoliympyrän pinta-ala $A_3 = \frac{1}{2}\pi r_3^2$ (1 p)

$$A_H = A_1 + A_2 + A_k - A_3$$

$$A_H = \frac{1}{2}\pi r_1^2 + \frac{1}{2}\pi r_2^2 + \frac{1}{2}ah - \frac{1}{2}\pi r_3^2 = \frac{1}{2}\pi(r_1^2 + r_2^2 - r_3^2) + \frac{1}{2}ah$$

Pythagoraan lauseen perusteella $r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 = 0$, (1 p)

$$\text{joten } A_H = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2} \cdot 6,0 \text{ m} \cdot 8,0 \text{ m} = 24 \text{ m}^2 \text{ (1 p)}$$

Narsisseja tarvitaan $25 \text{ kpl/m}^2 \cdot 24 \text{ m}^2 = 600 \text{ kpl}$ (1 p) = 6 x 100 kpl

Hinta yhteensä $6 \cdot 35,00 \text{ €} = 210 \text{ €}$ (1 p)