



Tekniikan Opettajat TOP ry



Teknologiateollisuuden
100-VUOTISSÄÄTIÖ
Teknologiateollisuuden
100-vuotissäätiö



Kustannusosakeyhtiö
Otava



Opetushallitus

AMMATIKKA^{top} 12.11.2015

MALLIRATKAISUT

Toisen asteen ammatillisen koulutuksen kaikkien alojen yhteinen

MATEMATIIKKAKILPAILU

Nimi:.....

Oppilaitos:.....

Koulutusala:.....

Luokka:.....

Sarjat: MERKITSE OMA SARJA

- 1. Ylioppilastutkinto
- 2. Kaksoistutkinto
- 3. Toisen asteen perustutkinto

- 1. Tekniikka ja liikenneala
- 2. Matkailu-, ravitsemus- ja talousala
- 3. Yhteiskuntatieteiden, liiketalouden ja hallinnon ala sekä Luonnontieteiden ala
- 4. Sosiaali-, terveys- ja liikunta-ala
- 5. Kulttuuriala, Luonnonvara- ja ympäristöala sekä Humanistinen ja kasvatusala

AIKAA KOKEEN TEKEMISEEN 120 MINUUTTIA

MUKANA KYNÄ, KUMI, VIIVOTIN JA LASKIN

KESKEISET SUORITUKSET NÄKYVIIN

1. Muunna seuraavat yksiköt

a) $6 \text{ m} = 6000 \text{ mm}$

b) $3000 \text{ g} = 3 \text{ kg}$

c) $25 \text{ cl} = 2,5 \text{ dl}$

d) $5,4 \text{ h} = 324 \text{ min}$

e) $900 \text{ l} = 0,9 \text{ m}^3$

f) $108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$

6 p

2. Laske seuraavat tehtävät.

Merkitse luku, jolla yhtälö toteutuu

a) $8 + \boxed{9} \cdot 4 = 44$

b) $-7 - 6 : \boxed{0,5} = -19$

c) $(H + H + 1) : 5 = 10 \quad H = 24,5$

d) $D : 2 + D = 3,3 \quad D = 2,2$

e) Ilmoita ($\pi = 3,1415926\dots$) piin arvo 3 desimaalin tarkkuudella.

3,142

f) Tuotteen arvonlisäverollinen hinta oli 15 € ja arvonlisävero (alv) oli 24 %. Mikä oli arvonlisäveron suuruus euroina?

$$15\text{€} - \frac{15\text{€} \cdot 100\%}{124\%} = 2,90\text{€}$$

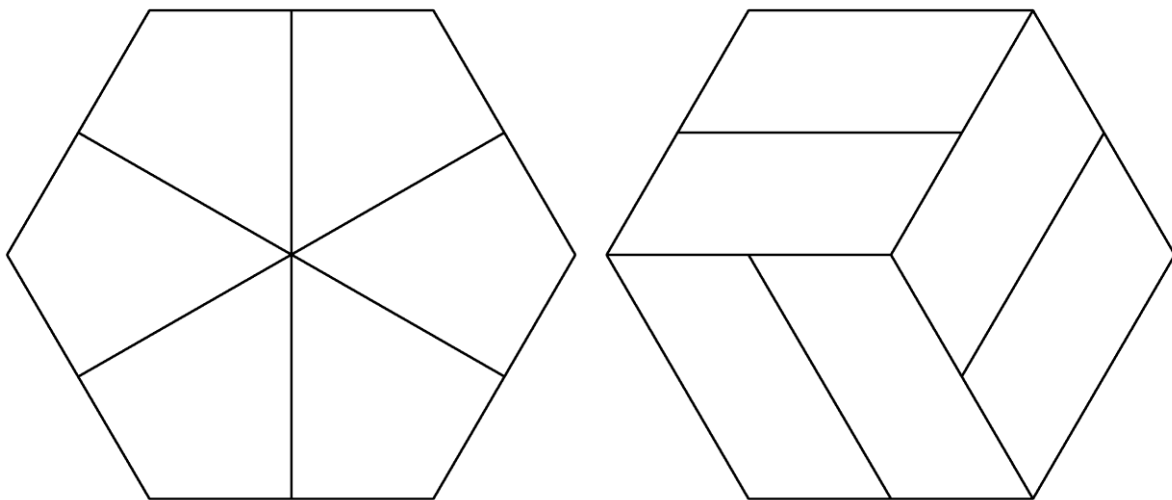
6 p

3 a) Potilaalle on määrätty silmätippoja toiseen silmään, (tippapullon kyljessä ilmoitettiin lääkeainepitoisuudeksi 5 mg/ml). Annostus on yksi tippa kaksi kertaa vuorokaudessa. Kauanko yksi 5 ml:n pullollinen lääkettä kestää?
(1 ml = 20 tippaa)

$$5\text{ml} = 5 \cdot 20\text{tippaa} \Rightarrow \frac{100\text{tippaa}}{2\text{tippaa / vrk}} = 50\text{vrk}$$

3 p

b) Jaa suorilla viivoilla oheinen säännöllinen kuusikulmio kuuteen yhtä suureen ja keskenään saman muotoiseen nelikulmioon.



jos kuva ei täysin oikea (1 p)
3 p

4 a) Autolla tehtiin eräs matka seuraavilla nopeuksilla

osamatka	nopeus
70 km	100 km/h
30 km	60 km/h

Mikä oli ajomatkan keskinopeus?

$$s = 130 \text{ km} ; t = t_1 + t_2 \text{ ja } t = \frac{s}{v} \Rightarrow t = \frac{70 \text{ km}}{100 \text{ km/h}} + \frac{30 \text{ km}}{60 \text{ km/h}} = 0,7 \text{ h} + 0,5 \text{ h} = 1,2 \text{ h}$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{130 \text{ km}}{1,2 \text{ h}} = 108,3 \text{ km/h}$$

3 p

b) Eräällä työmaalla kaikilla työntekijöillä oli sama palkka. Matalasuhdanteen vuoksi jouduttiin yt-neuvotteluihin. Niiden yhteydessä sovittiin, että työntekijöitä vähennetään 25 % ja työhön jäävien palkkaa alennetaan 8 %. Kuinka monta prosenttia (%) palkkamenot pienenevät?

$m = \text{henkilöiden lukumäärä}$

$p = \text{keskipalkka}$

$$P_1 = mp ; P_2 = 0,75m \cdot 0,92p = 0,69mp$$

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1} \cdot 100\% ; \frac{mp - 0,69mp}{mp} \cdot 100\% = 31\%$$

3 p

5. Neljän asunnon taloyhtiössä uusittiin katto. Yhtiöjärjestyksen mukaan kustannukset maksetaan neliöiden (m^2) suhteessa. Huoneistojen pinta-alat ovat A-asunto; 90 m^2 , B-asunto; 132 m^2 , C-asunto; 147 m^2 ja D-asunto; 202 m^2 . Lisäksi 72 m^2 :n suuruinen autotalliosa jaetaan tasan A, B ja C:n kesken. Kattourakan hinta oli $38\,500 \text{ €}$.

a) Kuinka suuri oli autotalliosan kustannus?

$$\text{Kokonaisala} = (90 + 132 + 202 + 72) \text{ m}^2 = 643 \text{ m}^2$$

$$\frac{72 \text{ m}^2}{643 \text{ m}^2} \cdot 38500 \text{ €} = 4311 \text{ €}$$

3 p

b) Kuinka paljon huoneistojen A, B, C ja D maksusuudet kaikkiaan olivat?

$$A: \frac{90 + 24}{643} \cdot 38500\text{€} = 6826\text{€}$$

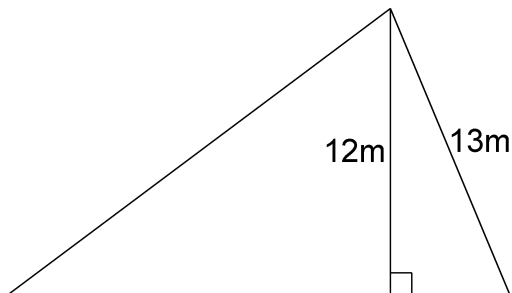
$$B: \frac{132 + 24}{643} \cdot 38500\text{€} = 9340\text{€}$$

$$C: \frac{147 + 24}{643} \cdot 38500\text{€} = 10239\text{€}$$

$$D: \frac{202}{643} \cdot 38500\text{€} = 12095\text{€}$$

3 p

6 a) Oheisen kuvion pinta-ala on 126 neliömetriä. Mikä on sen piirin pituus?



$$A = \frac{a \cdot h}{2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot A}{h} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot 126\text{m}^2}{12} = 21\text{m}$$

$$a_1 = \sqrt{13^2 - 12^2} \text{ m} \Rightarrow a_1 = 5\text{m}$$

$$a_2 = 21\text{m} - 5\text{m} = 16\text{m}$$

$$b_2 = \sqrt{12^2 + 16^2} \text{ m} = 20\text{m}$$

$$p = 20\text{m} + 13\text{m} + 21\text{m} = 54\text{m}$$

3 p

b) Erikoiseen kastikeseokseen laitettiin suurkeittiössä kolmea eri raaka-ainetta a, b ja c. Ilmoita seossuhteet kokonaisluvuilla muodossa a : b : c, kun tiedetään, että a : b = 7 : 16 ja c : b = 5 : 12.

$$\frac{a}{b} = \frac{7}{16} \quad \text{ja} \quad \frac{c}{b} = \frac{5}{12}$$

Lavennetaan seossuhteet (sitä, että b : n seossuhteeksi tulee kummassakin verrannossa sama luku eli 48)

$$\frac{a}{b} = \frac{7}{16} = \frac{21}{48} \quad \text{ja} \quad \frac{c}{b} = \frac{5}{12} = \frac{20}{48} \Rightarrow a : b : c = 21 : 48 : 20$$

3 p

7. a) Vesihana vuotaa siten, että jokainen pisara on 1/36 ml. Montako sellaista pisaraa on 1/4 litrassa vettä?

$$1/4l = 250ml \Rightarrow \frac{250ml}{1/36ml} = 250 \cdot 36 = 9000$$

3 p

b) Säiliöauto toi bensiiniä kahdelle huoltoasemalle jättäen ensimmäiselle 1/4 kuormasta ja toiselle 2/5 jäljellä olevasta kuormastaan. Kuinka paljon bensiiniä kuormassa oli aluksi, kun autossa oli em. käyntien jälkeen jäljellä 7 kappaletta täysiä 1350 litran säiliöitä?

$$V_1 = 7 \cdot 1350l = 9450l$$

$$3/4V - 2/5 \cdot 3/4V = 9450l \Rightarrow$$

$$\frac{3}{4}V - \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}V = 9450l \Rightarrow \frac{3}{4}V - \frac{6}{20}V = 9450l$$

$$\Rightarrow \frac{9}{20}V = 9450l \Rightarrow V = 21000l$$

3 p

8. Maapallon öljylähteistä nostetun öljyn tuotanto kaksinkertaistui aina kymmenen vuoden aikana vuoteen 1973 saakka, jolloin tuotantomäärä oli $2 \cdot 10^9 m^3$ (2 000 000 000 m³)

a) Minkä kokoinen kuution muotoinen astia olisi voitu täyttää vuoden 1973 tuotannolla? Ilmoita kuution särmän pituus kilometreinä.

$$V_1 = 2 \cdot 10^9 m^3 \Rightarrow s_1 = \sqrt[3]{2 \cdot 10^9 m} = 1,26 \cdot 10^3 m = 1,26 km$$

3 p

- b) Jos tuotannon kasvu olisi jatkunut samanlaisena vuoteen 2013 saakka niin, minkä kokoinen kuution muotoinen astia olisi tarvittu? Ilmoita särmän pituus kilometreinä.

40 vuodessa tuo tanto kasvoi $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ kertaiseksi

$$V_2 = 16 \cdot 2 \cdot 10^9 \text{ m}^3 \Rightarrow s_2 = \sqrt[3]{32 \cdot 10^9 \text{ m}} = 3,17 \cdot 10^3 \text{ m} = 3,17 \text{ km}$$

3 p

9. Kaksi lenkkeilijää lähti liikkeelle samanaikaisesti. Toinen juoksi A:sta B:hen 20 minuutissa ja toinen B:stä A:han 25 minuutissa.

- a) Kuinka monta prosenttia nopeamman lenkkeilijän nopeus oli suurempi, kuin hitaamman lenkkeilijän nopeus?

$$v_A = \frac{s}{20 \text{ min}} ; v_B = \frac{s}{25 \text{ min}}$$

$$p = \frac{v_A - v_B}{v_B} \cdot 100\% = \frac{\frac{s}{20 \text{ min}} - \frac{s}{25 \text{ min}}}{\frac{s}{25 \text{ min}}} \cdot 100\% = \frac{25s - 20s}{500 \text{ min}} \cdot \frac{25 \text{ min}}{s} \cdot 100\% = \frac{5s}{500 \text{ min}} \cdot \frac{25 \text{ min}}{s} \cdot 100\% = 25\%$$

3 p

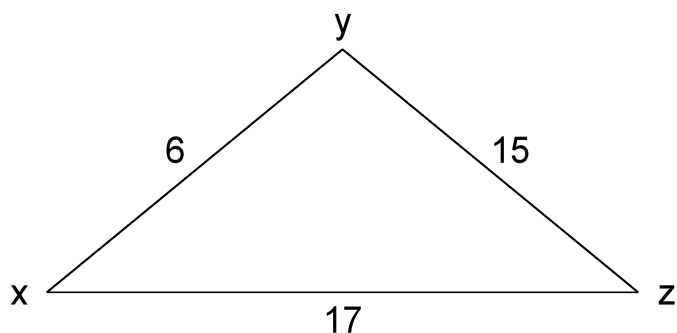
- b) Kuinka paljon aikaa kului lähdöstä heidän kohtaamiseensa? Oletetaan, että kumpikin juoksi tasaisella nopeudella. Vastaus minuuteissa ja sekunneissa.

$$\text{Kohtaamisnopeus } v = v_A + v_B \Rightarrow v = \frac{s}{20 \text{ min}} + \frac{s}{25 \text{ min}} = \frac{9s}{100 \text{ min}}$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{s}{\frac{9s}{100 \text{ min}}} = \frac{100 \text{ min}}{9} = 11 \frac{1}{9} \text{ min} = 11 \text{ min} \frac{60}{9} \text{ sek} = 11 \text{ min} 6 \frac{2}{3} \text{ sek}$$

3 p

10. Sijoita oheisen kolmion kärkiin sopivat positiiviset luvut siten, että kaikilla kolmelle sivulle tulleiden lukujen summa on sama. Lisäksi edellytetään, että näiden kolmen luvun neljien (2.potenssien) summa on 245. (Kokeilemalla saatu tulos kelpaa vain osa ratkaisuksi)



$$x + 6 + y = y + 15 + z \Rightarrow x = z + 9$$

$$x + 6 + y = x + 17 + z \Rightarrow y = z + 11$$

I Lähdetään kokeilemaan yk sin ker taista arvoa $z = 1$, jolloin $x = 10$, $y = 12$ ja $z = 1$ sattumalta potensien summanehto toteutuu tässä.

$$x^2 + y^2 + z^2 = 100 + 144 + 1 = 245$$

Kokeilemalla saatu tulos $x = 10$, $y = 12$, $z = 1$ kelpaa vain osaratkaisuksi.

II Esitetään tuloksenalyyttisesti

$$x^2 + y^2 + z^2 = 245 \text{ Tehdään sijoitukset } x = z + 9 \text{ ja } y = z + 11$$

$$\Rightarrow z^2 + 18z + 81 + z^2 + 22z + 121 + z^2 = 245$$

$$\Rightarrow 3z^2 + 40z + 202 = 245 \Rightarrow 3z^2 + 40z - 43 = 0$$

$$\Rightarrow z = \frac{-40 \pm \sqrt{1600 - 4 \cdot 3 \cdot (-43)}}{2 \cdot 3} = \frac{-40 \pm \sqrt{2116}}{6} = \frac{-40 \pm 46}{6} = 1$$

siis $z = 1$, $x = 10$, $y = 12$

Pisteet	(kokeilemalla)	3 p
	(analyttisesti)	6 p
	Maksimi	60 p