



Tekniikan Opettajat TOP ry



Teknologiateollisuuden
100-VUOTISSÄÄTIÖ

Teknologiateollisuuden
100-vuotissäätiö



Kustannusosakeyhtiö
Otava



Opetushallitus

AMMATIKKA^{top} 15.11.2007

En för alla yrkesutbildande skolor på andra stadiet gemensam

MATEMATIKTÄVLING

Namn:.....

Läroinrättning:.....

Utbildningsområde:.....

Klass:.....

Serie: ANGE DIN EGEN SERIE

- 1. Studentexamen
- 2. Dubbel-/trippelexamen
- 3. Andra stadiets grundexamen

- 1. Teknik och kommunikation
- 2. Turism-, kosthålls- ja ekonomibranschen
- 3. Det samhällsvetenskapliga, företagsekonomiska och administrativa området, samt det Naturvetenskapliga området
- 4. Social- och hälso- och idrottsområdet
- 5. Kultur, Naturbruk och miljöområdet samt det Humanistiska och pedagogiska området

TID FÖR ATT UTFÖRA PROVUPPGIFTERNA 120 MINUTER

PENNA, GUMMI, LINJAL OCH MINIRÄKNARE FÅR MEDTAS

1. Utför följande enhetsbyten

a. $1 \text{ mg} = 0,001\text{g}$

b. $20 \text{ km} = 20\,000\text{m}$

c. $1,6 \text{ l} = 1600\text{cm}^3$

d. $1,25 \text{ h} = 75\text{min}$

e. $2 \text{ kg } 40 \text{ g} = 2,040\text{kg}$

f. Vad heter en kropp, som består av fyra likformiga trianglar?

tetraedri

6p

2. Beräkna följande uppgifter:

a. $\frac{6}{8} = 75\%$

b. $\frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}} = 20$

c. $\frac{\pi}{1} + \frac{\pi}{\pi^2} + \frac{\pi}{\pi^3} = 1,420$ ge svaret med tre decimaler.

d. $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

e. Vilket tal är följande i serien 199, 19, 10?

$$1+9+9=19$$

$$1+9=10$$

$$1+0=1$$

Svar 1

f. Ett oceangående fartyg anländer till en hamn under lågvattentid. Däcksmannen kastar över relingen en stega som har 50 stegpinnar med 25 cm mellan pinnarna. Stegen når precis till vattenytan. När tidvattnet kommer in stiger vattnet med 10 centimeter per minut i 15 minuters tid. Hur många stegpinnar befinner sig under vattenytan när tidvattnet är som högst?

6p

Svar: Inga, fartyget stiget med vattnet.

3. Kalle och Lisa Pettersson ville förnya köket i sitt egnahemshus. Renoveringen utfördes sommaren 2006 och den bestod förutom av rivning av de gamla köksskåpen och golvet också av läggning av ett nytt parkettgolv, uppsättning av nya köksskåp och väggkakel samt installering av belysning. Vid utförandet av allt arbete anlätades tre olika lagligen certifierade företagare. Till företagarna betalade Petterssons de räkningar för utfört arbete plus övriga ersättningar som företagarna gett dem.

Huvudinnehållet i räkningarna var:

Köksskåp, kakling, golv:

- rivning av gamla skåp, kakel och golv, installering av nya skåp, uppsättning av kakel och läggning av nytt parkettgolv: skåp, kakel och golvmaterial 5122 €, installationsarbete 1973,60 €.

Elarbeten:

- installering av ny belysningsarmatur och dragningskablar: tillbehör 599,50 €, arbete 619,15 €.

Rörläsningsarbeten:

- koppling av kran och avlopp: reseersättning 48,80 €, arbete 42,70 €.

I beskattningen för år 2006 kunde Petterssons göra ett s.k. hushållsavdrag för arbetskostnader erlagda åt företagare gällande kostnader som uppstått för att upprätthålla eller förbättra bostadens skick. Hushållsavdraget utgör 60 % av varje betald arbetsersättning. Hushållsavdraget beviljas bara för den del av arbetskostnaderna som överstiger en självrisk på 100 €. Av hushållsavdragets maximibelopp (2300 €) kan, för varje skatteskyldig person, högst 1150 € utgöras av kostnader för upprätthållande eller förbättring av bostadens skick. (källa: Skattestyrelsen).

- a. Räkna ut hur stort Petterssons hushållsavdrag för år 2006 blir totalt. Hur stort blir Kalle Petterssons hushållsavdrag i beskattningen för år 2006? Kalle och Lisa har kommit överens att Kalle söker om hushållsavdraget i sin beskattning. 3p

$$0,6 \cdot 1973,60 \text{ €} + 0,6 \cdot 619,15 \text{ €} + 0,6 \cdot 42,70 \text{ €} = 1581,27 \text{ €}$$

$$1581,27 \text{ €} - 100 \text{ €} = 1481,27 \text{ €} \text{ (självriskan avdras)}$$

OBS: Den skatteskyldigas maximigräns överskrids (max 1150 €).

Svar: Kalle Pettersson får i sin skattedeklaration göra ett hushållsavdrag på 1150 €

- b. Hur stor är den del av hushållsavdraget som överskrider maximibeloppet och som kan tas i beaktande i Lisas skattedeklaration ifall hon också i sin skattedeklaration fyller i anhållan om hushållsavdrag? Hur stort är då Lisas hushållsavdrag i beskattningen för år 2006?

3p

Eftersom hushållsavdraget inte kan vara större än 1150 € per person kan i den andra makans/makens deklaration tas i beaktande den överstigande delen:

$$1481,27 \text{ €} - 1150 \text{ €} = 331,27 \text{ €}$$

$$331,27 \text{ €} - 100 \text{ €} = 231,27 \text{ €} \text{ (självriskan avdras)}$$

Svar: Lisa Pettersson får i sin deklaration göra ett hushållsavdrag på 231,27 €

4.

- a. Lagringskapaciteten på en Mp3-spelare är 2 Gb. Storleken på Mp3-musikfilerna är i genomsnitt 3,5 Mb. Hur många musikfiler kan man i genomsnitt spara på en dylik Mp3-spelare? 3p

$$2 \text{ Gb} = 2000 \text{ Mb}$$

$$\frac{2000 \text{ Mb}}{3,5 \text{ Mb/filer}} = 570 \text{ filer}$$

- b. Det räcker 3 minuter att fylla ett badkar med vatten och 5 minuter att tömma det. Hur länge räcker det att fylla badkaret om man glömt att sätta i proppen så att vattnet strömmar ut samtidigt som man fyller på vatten? Uträkningarna bör synas! 3p

$$V = \text{volym}$$

$$\text{Tiden} = \frac{V}{\frac{V}{3} - \frac{V}{5}} = \frac{V}{V(\frac{1}{3} - \frac{1}{5})} = \frac{1}{\frac{2}{15}} = 7,5 \text{ min} = 7 \text{ min } 30 \text{ s}$$

5.

- a. Beräkna arean av en liksidig sexhörning vars sida är 32 cm lång. Ge svaret i kvadratcentimeter. 3p

$$\frac{\sqrt{32^2 - 16^2} \cdot 32}{2} \cdot 6 = 2660 \text{ cm}^2$$

- b. Man har en kubformad kropp vars sidokanters längd är a . Från kuben skär man med ett plan bort en tresidig pyramid vars sidokanter från skärningsytan till kubens hörn är $0,8a$. Beräkna längden av pyramidens samtliga sidokanter om kubens volym är $24,4 \text{ dm}^3$. 3p

$$a = \sqrt[3]{24,4 \text{ dm}^3} = 2,90 \text{ dm}$$

$$\text{sidorna} = 0,8 \cdot 2,90 \text{ dm} = 2,32 \text{ dm}$$

$$\text{basens - sidor} = \sqrt{2,32^2 + 2,32^2} = 3,28 \text{ dm}$$

6.a. Lös ut m från formeln $s_1 = \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot m} + s_2$ 2p

$$s_1 - s_2 = \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot m}$$

$$m = \frac{F \cdot t^2}{2(s_1 - s_2)}$$

b. Lös ut R från formeln $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ 2p

$$\frac{1}{R} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3} + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3} + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}$$

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{(R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2)} \text{ eller } R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

c. Lös ut a från formeln $h = \frac{2 \cdot a \cdot b}{2 \cdot a - 15} - b$ 2p

$$h + b = \frac{2 \cdot a \cdot b}{2 \cdot a - 15}$$

$$2 \cdot a \cdot h - 15 \cdot h + 2 \cdot a \cdot b - 15 \cdot b = 2 \cdot a \cdot b$$

$$a = 15 \cdot \frac{h + b}{2 \cdot h} = \frac{7,5 \cdot (h + b)}{h}$$

7. Utför följande sannolikhetsberäkningar. Uträkningarna bör synas.

a. Från en kortpacke (i kortpacken finns 52 kort, 4 färger, i varje färg finns 13 kort) dras ett kort. Vilken är sannolikheten för att det dragna kortet är en ruter eller en klöver? 2p

$$P(\text{"ruter eller klöver"}) = \frac{13}{52} + \frac{13}{52} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2} = \underline{0,5} (= 50 \%)$$

Additionsregeln

b. Pelle kastar pil och pilarna träffar tavlan slumpmässigt över hela tavlan. Radien på piltavlan är 20 cm. Tavlan består av 10 lika breda cirkelringar med samma medelpunkt. Bredden på en ring är 2 cm. Med vilken sannolikhet får Pelle en träff som är minst 5? 2p

$$P(\text{"5...10"}) = \frac{\text{minst 5-cirkelars-area}}{\text{hela-tavlans-area}} = \frac{\pi \cdot 12^2}{\pi \cdot 20^2} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \underline{0,36} (= 36 \%)$$

- c. I vilkendera, lotto eller vikinglotto, är det mera sannolikt att få en fullträff? I lotto skall man ha sju rätt av trettionio medan man i vikinglotto skall ha sex rätt av fyrtioåtta. Uträkningarna bör synas.

Formeln för hur man räknar ut på hur många olika sätt man kan välja ut k objekt av en mängd på n stycken är:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 \quad 2p$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\text{Lotto} \quad \frac{39!}{7! \cdot 32!} = 15\,380\,937$$

$$\text{Viking} \quad \frac{48!}{6! \cdot 42!} = 12\,271\,512$$

Svar: I vikinglotto

8. En resa med bil från ort A till ort D gjordes via orterna B och C enligt följande: Från A till B var det 30 km och den delen av resan räckte 20 minuter. Från B till C var det 20 km och den delen tog 25 minuter. Från C till D var det 40 km och den delen räckte 20 minuter. Dessutom hölls en 15 minuter lång paus på orten C. Accelerationen respektive inbromsningen vid start och stopp tas inte med i beräkningar

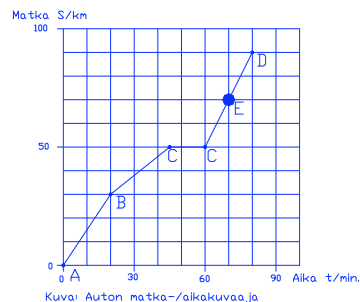


Bild: Grafen av den sträcka bilen tillryggalägger i förhållande till tiden

- a) Rita in i diagrammet bilens färd-tidsgraf mellan orterna A, B, C och D 2p

Kuvaaja A-B-C-C-D.

- b) Bestäm med hjälp av grafen hur långt från A bilen befann sig efter 1 timme och 10 minuter. Märk också ut denna punkt i diagrammet. 2p

Svar. Det är 70 km från ort A, på bilden punkt E.

c) Vilken medelhastighet v_m hade bilen mellan A och D då $s = v_m \cdot t$?

2p

$$\frac{90 \text{ km}}{\left(\frac{80 \text{ min}}{60 \text{ min}}\right)h} = 67,5 \frac{\text{km}}{h} \text{ eller } 1,125 \frac{\text{km}}{\text{min}}$$

9. Uträkningarna till nedanstående uppgifter bör synas.

a. En televisions bildformat anges som förhållandet mellan bildrutans bredd och höjd. Bildformatet för de digitala utsändningarna är 16:9. I äldre televisionsapparater är bildformatet 4:3.

Hur många procent av bildrutan är svart när man ser på digitala utsändningar på en äldre TV, med bildformatet 4:3, där bilden inte täcker hela rutan? 3p

Anta, att bildens bredd är 16 enheter ($4 \times 4 = 16$). I en gammal mottagare är då bildens höjd 12 enheter ($3 \times 4 = 12$) och i en digital utsändning 9 enheter (i allmänhet)

$$\text{Svar: } \frac{12 - 9}{12} \cdot 100\% = 25\%$$

b. Längden på ett område som utgörs av en oval travbana är 430 m. Hur brett är området med en decimals noggrannhet, om man vet att hela travbaneområdets omkrets är 1000 m? Bågarna i områdets ändor utgörs av halvcirklar. 3p

$$430 \text{ m} - x + 430 \text{ m} - x + \pi \cdot x = 1000 \text{ m}$$

$$(\pi - 2) \cdot x = 140 \text{ m}$$

$$x = \frac{140 \text{ m}}{(\pi - 2)}$$

$$x = 122,6 \text{ m}$$

10. Uträkningarna till nedanstående uppgifter bör synas.

a. En bilist upptäckte på 100 m:s avstånd en bil som stannat mitt på vägen. Bilistens reaktionsförmåga (dvs. den tid det tar för bilisten att från upptäckten påbörja inbromsningen) var 1,0 s och bilens hastighet var 100 km/h. Bromssträckan skulle ha varit 50 m ifall bilens hastighet varit 80 km/h. Bromssträckan är direkt proportionell mot hastigheten i kvadrat. Hann bilisten stanna sin bil innan den nådde fram till den bil som stannat mitt på vägen?

3p

bromssträckan x

$$\frac{x}{50} = \left(\frac{100}{80}\right)^2$$
$$x = 78,1m$$

reaktionstiden 1,0 s

$$\frac{100000}{3600} = 27,8 \frac{m}{s} \rightarrow 27,8m$$

bilen stannar på 78,1 m + 27,8 m = 105,9 m

Svar: Det skulle ske en kollision

b. På en gård som föder upp hästar vill man ingärda ett så stort rektangulärt betesområde som möjligt och dessutom dela in det i två delar med ett staket som är parallellt med två sidor av området. Hur långt och hur brett skall man då göra området om man allt som allt har 360 m staket att tillgå.

3p

Om beteshagens längd är = y och bredd = x är det omgärdade områdets area = A

$$A = xy \quad \text{ja} \quad 2y + 3x = 360(m) \Rightarrow y = 180 - \frac{3}{2}x$$

$$\Rightarrow A = (180 - \frac{3}{2}x)x \Rightarrow A = -\frac{3}{2}x^2 + 180x$$

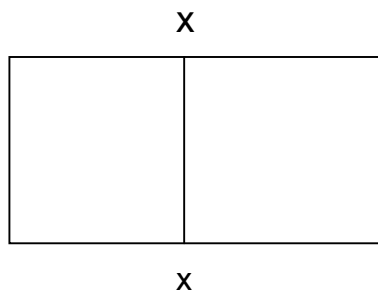
A:s största värde fås genom prövning::

x (m)	30	40	50	60	70
A (m ²)	3750	4800	5250	5400	5250

Arealen A är som störst när x = 60 (m)

Svar: Rektangelns sidor är 60 m resp. 90 m

eller



längd x

bredd y

$$2x + 3y = 360$$

$$3y = 360 - 2x = 2(180 - x)$$

$$A = xy = \frac{2}{3}x(180 - x)$$

$$= \frac{2}{3} [8100 - (90 - x)^2]$$

största - vär det - blir $\left(= \frac{2}{3} \cdot 8100 = 5400 (m^2) \right)$, då $x = 90 (m)$,

varvid

$$y = \frac{A}{90} = 60 (m)$$